

中学校第3学年

数 学

注 意

- 1 先生の合図があるまで、冊子を開かないでください。
- 2 調査問題は、1ページから26ページまであります。問題用紙の空いている場所は、下書きや計算などに使用してもかまいません。
- 3 解答は、全て「数学」の解答用紙に記入してください。
- 4 解答は、HB以上の濃さの黒鉛筆(シャープペンシルも可、ボールペンは不可)を使い、濃く、はっきりと書いてください。
- 5 解答を選択肢から選ぶ問題は、解答用紙のマーク欄を黒く塗りつぶしてください。
- 6 解答を記述する問題は、指示された解答欄に記入してください。解答欄からはみ出さないように書いてください。
- 7 解答には、定規やコンパスは使用しません。
- 8 解答用紙の解答欄は、裏にもあります。
- 9 調査時間は、50分間です。
- 10 机の上の「答案番号シール票」をよく見て、解答用紙に、組、出席番号、性別、答案番号を記入し、答案番号シールを1枚貼ってください。
- 11 問題用紙の最後に、この調査問題について質問があります。解答時間終了後、先生の指示で回答してください。

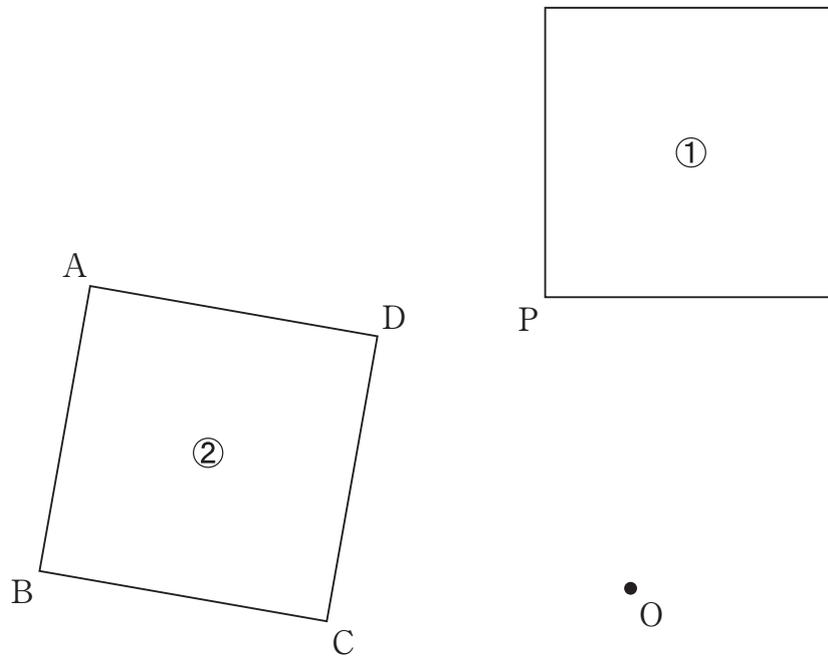
調査問題は、次のページから始まります。

- 1 連続する2つの偶数を、文字を用いた式で表します。 n を整数とするとき、連続する2つの偶数を、それぞれ n を用いた式で表しなさい。

2 等式 $6x + 2y = 1$ を、 y について解きなさい。

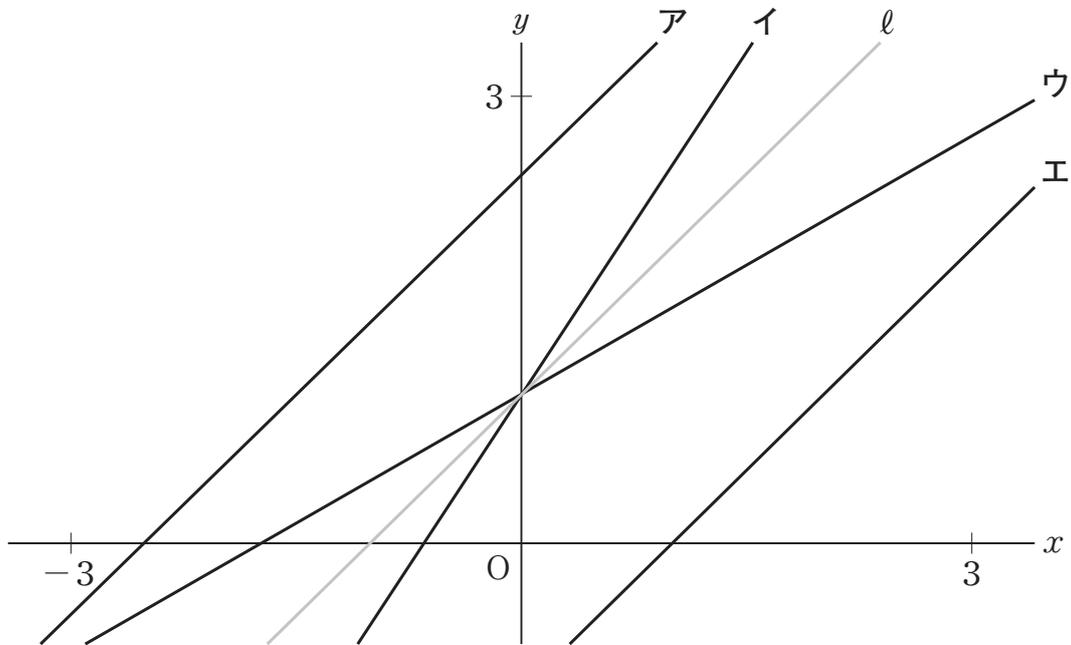
3 次の図で、正方形②は、正方形①を点Oを中心として反時計回りに 80° だけ回転移動したものです。

正方形①の頂点Pに対応する正方形②の頂点を、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。



- ア 頂点A
- イ 頂点B
- ウ 頂点C
- エ 頂点D

- 4 一次関数 $y = ax + b$ のグラフについて考えます。下の図の直線 l は $a = 1$ 、 $b = 1$ のときのグラフです。直線 l に対して、 $b = 1$ を変えずに a の値を 1 より大きくしたときのグラフが、直線アからエまでの中にあります。それを 1 つ選びなさい。

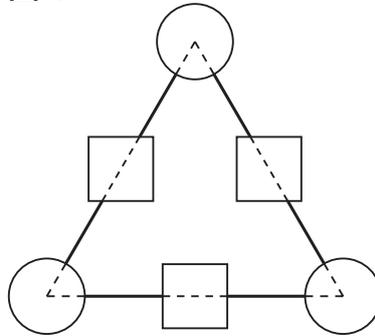


- 5 2枚の10円硬貨^{こうか}を同時に投げるとき、2枚とも裏が出る確率を求めなさい。ただし、硬貨の表と裏の出方は、同様に確からしいものとします。

調査問題は、次のページに続きます。

- 6** 次の図1は、正三角形の3つの頂点に○を、3つの辺に□をかいたものです。○には整数を1つずつ入れ、□にはその□がかかっている辺の両端の○に入れた整数の和が入ります。

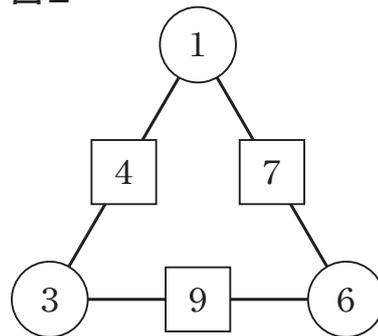
図1



計算の例

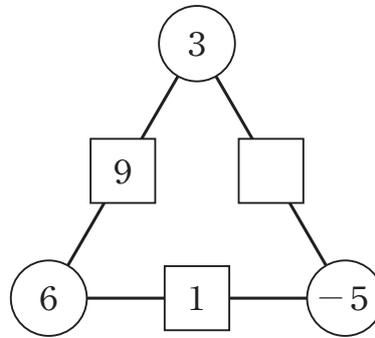
3つの○に1、3、6を入れると
 3つの□にはそれぞれ
 $1 + 3$ 、 $3 + 6$ 、 $6 + 1$
 の計算結果が入る。
 だから、3つの□には4、9、7
 が入る。

図2



次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 下の図の□に入る整数を求めなさい。



(2) 次の図は、千夏さんと優真さんが考えてかいたものです。

図 3

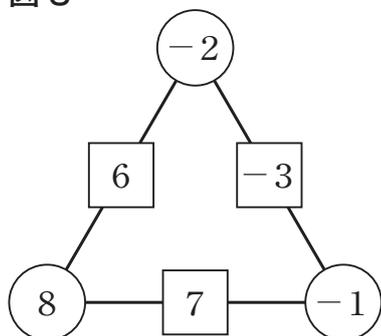
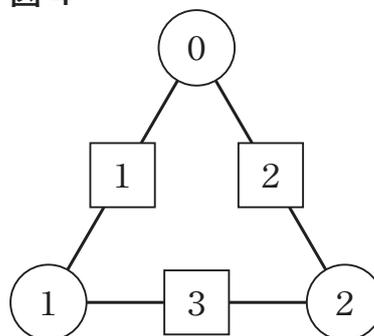


図 4



千夏さんは、図 2、図 3、図 4 を見ながら、○に入れた整数の和と□に入る整数の和の間に何か関係があるのではないかと考え、次のように調べてみました。

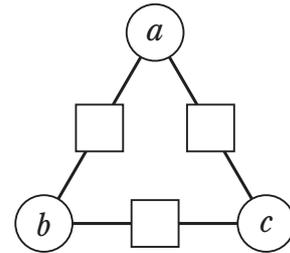
調べたこと

	○に入れた整数の和	□に入る整数の和
図 2	$1 + 3 + 6 = 10$	$4 + 9 + 7 = 20$
図 3	$(-2) + 8 + (-1) = 5$	$6 + 7 + (-3) = 10$
図 4	$0 + 1 + 2 = 3$	$1 + 3 + 2 = 6$

前ページの調べたことから、 $20 = 2 \times 10$ 、 $10 = 2 \times 5$ 、 $6 = 2 \times 3$ のように、「□に入る整数の和は、○に入れた整数の和の2倍になる」と予想することができます。この予想が成り立つことを説明します。下の説明を完成しなさい。

説明

○に入れた整数を a 、 b 、 c とすると、
3つの□に入る整数は、
 $a + b$ 、 $b + c$ 、 $c + a$ と表される。
それらの和は、



$$(a + b) + (b + c) + (c + a)$$

=

(3) 優真さんは、正三角形を正四面体に変えても、各頂点の○に入れた整数の和と各辺の□に入る整数の和の間には何か関係があるのではないかと思います。正四面体の図をかいて考えてみることにしました。次の図5は、正四面体の図の各頂点に○を、各辺に□をかいたものです。

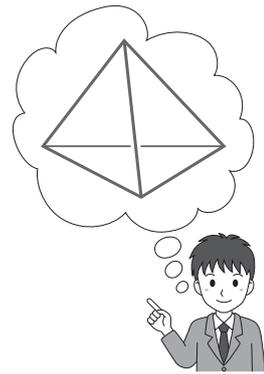
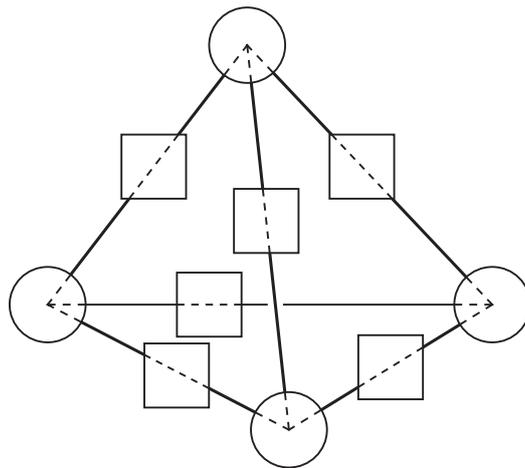


図5



このとき、○に入れた整数の和と□に入る整数の和について、どのようなことが予想できますか。前ページの予想のように、「 は、……になる。」という形で書きなさい。

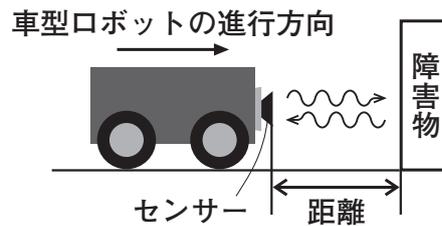
調査問題は、次のページに続きます。

7 海斗さんと咲希さんは、安全性を高めるためにセンサーで障害物を感知して止まる自動車があることを知り、興味をもちました。

そこで、車型ロボット用のプログラムによって走らせることのできる車型ロボットを使って実験をすることにしました。

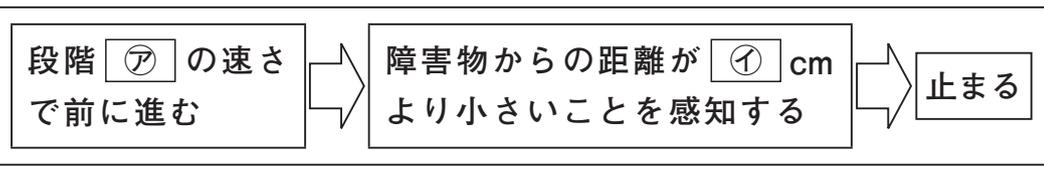
車型ロボットの説明

- 障害物からの距離^{きょり}を測定できるセンサーがついている。



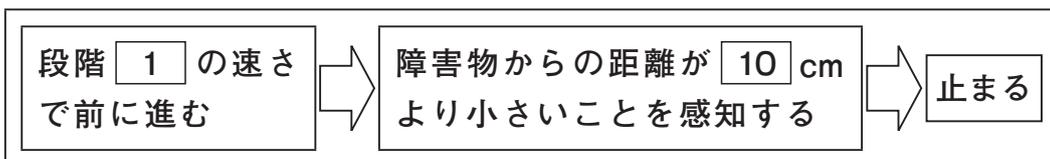
- プログラムの [ア]、[イ] に値を入れることによって、車型ロボットの速さと、障害物からの距離を設定し、車型ロボットの動きを止めることができる。
- [ア] は、速さとして最も遅い段階^{おそ}1 から最も速い段階5 まで設定できる。
- [イ] は、距離として 3 cm から 500 cm まで設定できる。

プログラム



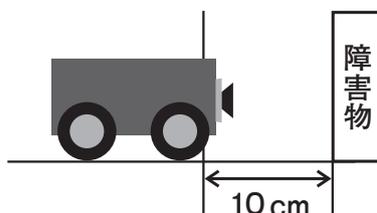
海斗さんは、まず、プログラムの [ア] に 1 を、[イ] に 10 を入れて、次のように設定しました。

海斗さんが設定したプログラム



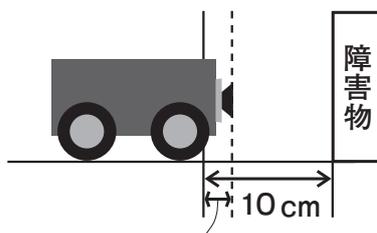
この設定で、海斗さんが車型ロボットを障害物に向けて走らせてみたところ、次の図1のように、設定した10 cm の位置よりも進んで止まりました。

図 1



そのようすを見て、海斗さんは、車型ロボットが10 cm の位置からどれくらい進んで止まるか気になりました。そこで、次の図2のように、10 cm の位置から進んだ距離を調べる実験を20回行い、その結果を下のように小さい順に並べました。

図 2



10 cm の位置から進んだ距離

10 cm の位置から進んだ距離について調べた結果

1.5	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	2.0	2.0
2.0	2.0	2.1	2.1	2.2	2.2	2.2	2.2	2.4	2.4

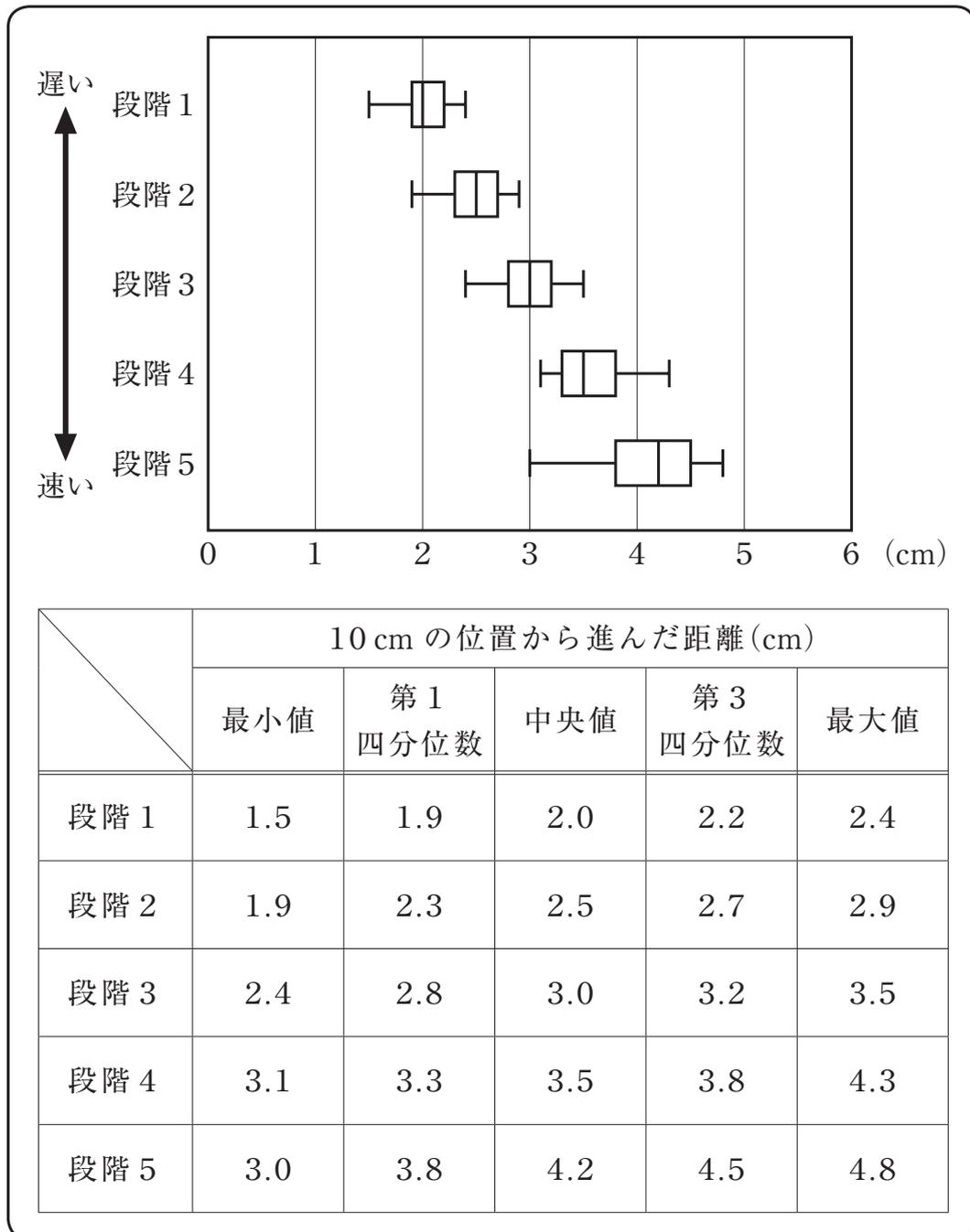
(単位：cm)

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 10 cm の位置から進んだ距離について調べた結果をもとに、10 cm の位置から進んだ距離の最頻値さいひんちを求めなさい。

(2) 咲希さんは、車型ロボットの速さを変えたときに、10 cm の位置から進んだ距離がどうなるか調べることにしました。そこで、速さを段階1から段階5まで変えて、10 cm の位置から進んだ距離をそれぞれ20回ずつ調べ、データを集めました。そして、データの分布の傾向を比較するために箱ひげ図に表しました。

10 cm の位置から進んだ距離の分布



前ページの 10 cm の位置から進んだ距離の分布から、「速さが段階 1 から段階 5 まで、だんだん速くなるにつれて、10 cm の位置から進んだ距離が長くなる傾向にある」と主張することができます。そのように主張することができる理由を、10 cm の位置から進んだ距離の分布の 5 つの箱ひげ図を比較して説明します。下の説明を完成しなさい。

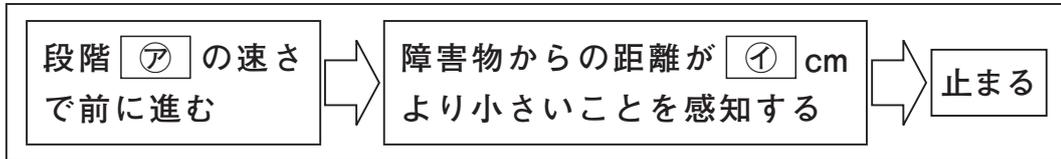
説明



したがって、速さが段階 1 から段階 5 まで、だんだん速くなるにつれて、10 cm の位置から進んだ距離が長くなる傾向にある。

(3) 二人は、次のプログラムを見て、話し合っています。

プログラム



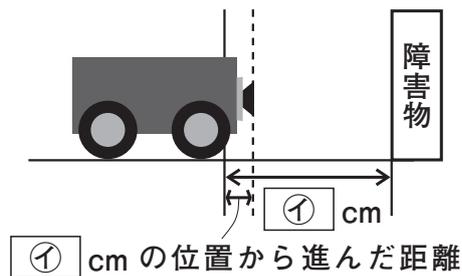
海斗さん「速さを段階1にして、距離を変えると、設定した位置から進んだ距離はどうかかな。」

咲希さん「設定した位置から進んだ距離の分布の傾向が変わるかもしれないよ。」

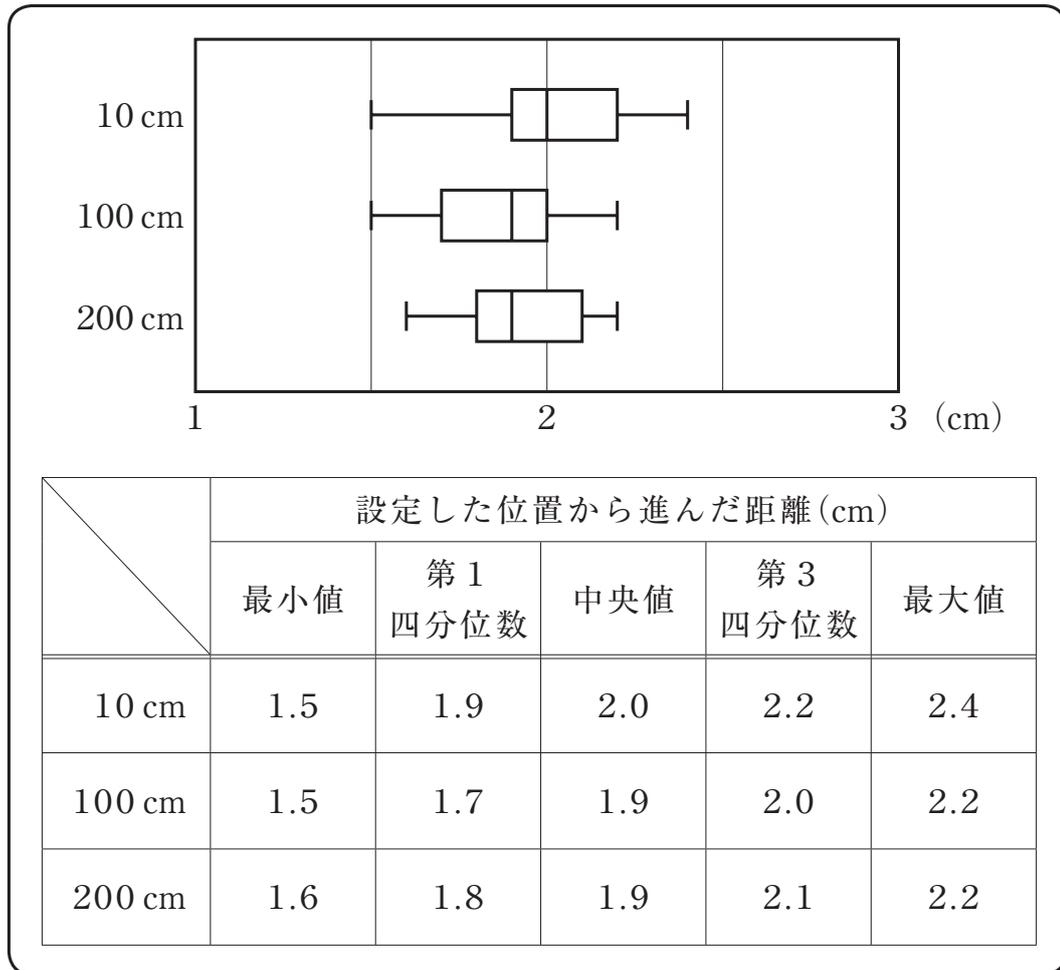
海斗さん「距離 A の値を10より大きくしてみよう。」

海斗さんは、速さの段階を1に設定して、障害物からの距離 A cm の設定を変えたとき、次の図3の A cm の位置から進んだ距離がどうか調べることにしました。そこで、A の設定をすでに調べた10 cmのほか、新たに100 cm、200 cmにして、それぞれ20回ずつ調べてデータを集めました。そして、データの分布の傾向を比較するために、箱ひげ図に表しました。

図3



設定した位置から進んだ距離の分布



段階1の速さで、障害物からの距離を10 cm、100 cm、200 cmと長くしていくと、四分位範囲はどうなりますか。設定した位置から進んだ距離の分布から読み取り、正しいものを下のアからオまでの中から1つ選びなさい。

- ア 四分位範囲はだんだん大きくなる。
- イ 四分位範囲はだんだん小さくなる。
- ウ 四分位範囲は大きくなって、小さくなる。
- エ 四分位範囲は小さくなって、大きくなる。
- オ 四分位範囲は変わらない。

- 8 第一中学校の文化祭では、会場の体育館を暖めるために、灯油を燃料とする大型のストーブを設置します。文化祭当日は、体育館を6時間使用します。文化祭の実行委員の結衣さんは、18 Lの灯油が入ったストーブの使用計画を立てることになりました。ストーブの説明書には、次の情報が書かれています。

説明書の情報

ストーブの設定	強	弱
1時間あたりの灯油使用量(L)	4.0	2.5

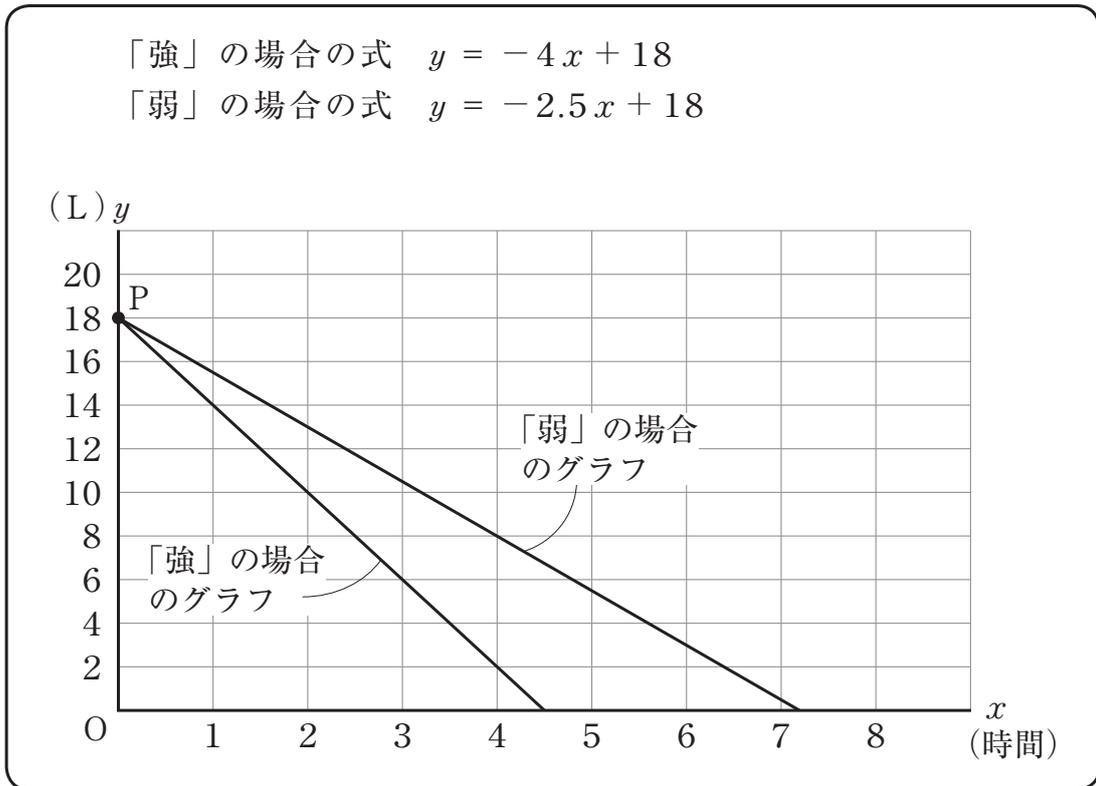
結衣さんは、ストーブを6時間使用して、18 Lの灯油をちょうど使い切るように、「強」と「弱」の設定の組み合わせを考えることにしました。そのために、18 Lの灯油が入ったストーブの「強」の場合と「弱」の場合について、ストーブの使用時間と灯油の残量の関係を探ることにしました。

そこで、結衣さんは、説明書の情報の1時間あたりの灯油使用量は常に一定であるとし、ストーブを使用し始めてから x 時間経過したときの灯油の残量を y Lとして、「強」の場合と「弱」の場合の x と y の関係をそれぞれ $y = 18 - 4x$ 、 $y = 18 - 2.5x$ と表しました。そして、この2つの式をそれぞれ $y = -4x + 18$ 、 $y = -2.5x + 18$ と表し直し、次のページのようなグラフをかきました。

ストーブの使用時間と灯油の残量

「強」の場合の式 $y = -4x + 18$

「弱」の場合の式 $y = -2.5x + 18$



次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) ストーブの使用時間と灯油の残量の「強」の場合と「弱」の場合のグラフは、どちらも点Pで y 軸と交わっています。点Pの y 座標の値は、何を表していますか。下のアからエまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

ア ストーブを使用し始めるときの灯油の残量

イ ストーブを使用し始めるときの時間

ウ 「強」の場合のストーブの1時間あたりの灯油使用量

エ 「弱」の場合のストーブの1時間あたりの灯油使用量

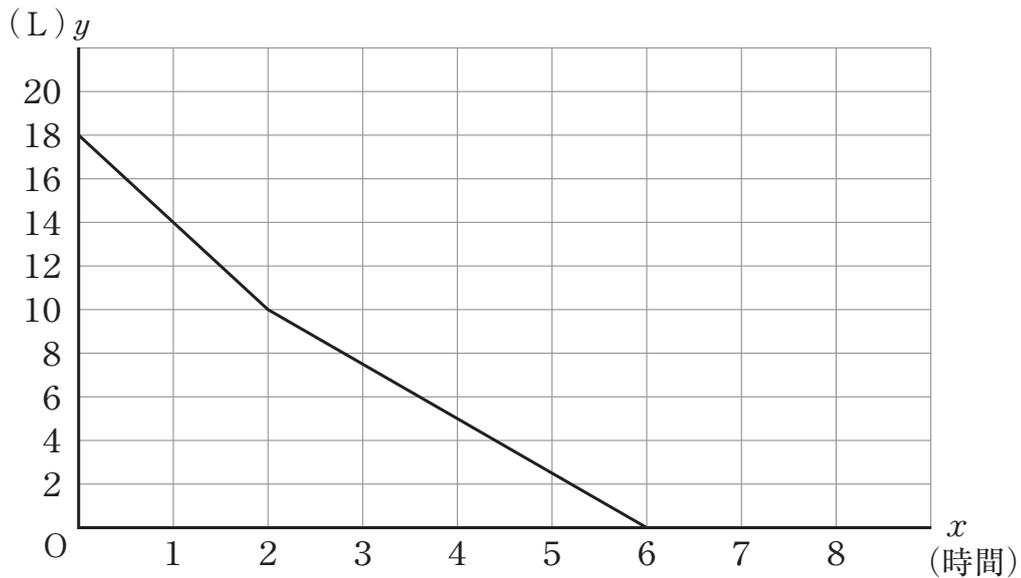
(2) 前ページのストーブの使用時間と灯油の残量から、ストーブを使用し始めてから18 Lの灯油を使い切るまでの「強」の場合と「弱」の場合の使用時間の^{ちが}違いがおよそ何時間になるかを考えます。下のア、イのどちらかを選び、それを用いて「強」の場合と「弱」の場合のストーブの使用時間の違いがおよそ何時間になるかを求める方法を説明しなさい。ア、イのどちらを選んで説明してもかまいません。また、実際に何時間かを求める必要はありません。

ア 「強」の場合の式 $y = -4x + 18$ と「弱」の場合の式 $y = -2.5x + 18$

イ 「強」の場合のグラフと「弱」の場合のグラフ

- (3) ストーブを6時間使用して、18 Lの灯油をちょうど使い切るように、「強」と「弱」の設定の組み合わせを考え、使用計画を立てます。そこで、結衣さんは、20ページのストーブの使用時間と灯油の残量のグラフをもとに、次のようなグラフをかきました。

結衣さんがかいたグラフ



結衣さんがかいたグラフのようすは、ストーブを次のように設定して何時間使用するかを表しています。

はじめに設定を「」にして 時間使用し、その後、設定を「」にしてから 時間使用する。

上の , には「強」、「弱」のどちらか1つを、, には当てはまる数をそれぞれ書きなさい。

- 9 線分 AB があります。線分 AB 上に点 C をとり、 AC 、 CB をそれぞれ 1 辺とする正三角形 PAC 、 QCB を、線分 AB について同じ側につくります。そして、点 A と点 Q 、点 B と点 P を結びます。ただし、点 C は点 A 、 B と重ならないものとしします。

桃子さんは次の図 1 のように点 C をとり、健太さんは次の図 2 のように線分 AB の中点に点 C をとりました。

図 1

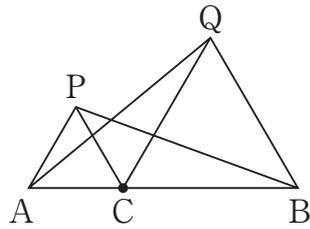
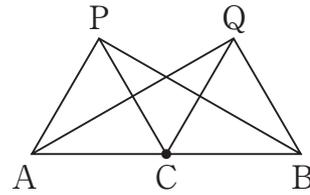
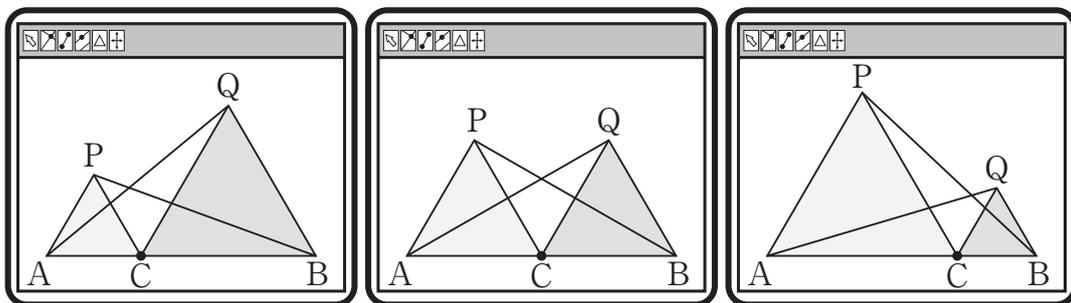


図 2



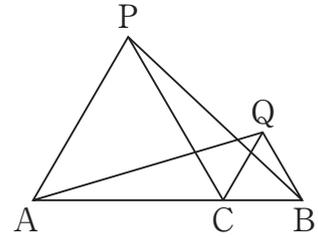
二人は図 1 と図 2 を観察し、線分や角についていえることがないか気になりました。そこで、コンピュータを使って点 C を動かしながら調べました。



次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

- (1) 桃子さんは、コンピュータを使って調べたことから、点Cが線分AB上のどこにあっても、 $AQ = PB$ になると予想しました。

桃子さんの予想した $AQ = PB$ がいつでも成り立つことは、 $\triangle QAC \equiv \triangle BPC$ を示すことで証明できます。 $AQ = PB$ になることの証明を完成しなさい。



証明

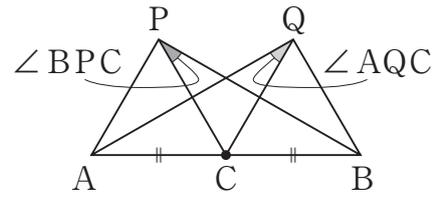
$\triangle QAC$ と $\triangle BPC$ において、



合同な図形の対応する辺は等しいから、

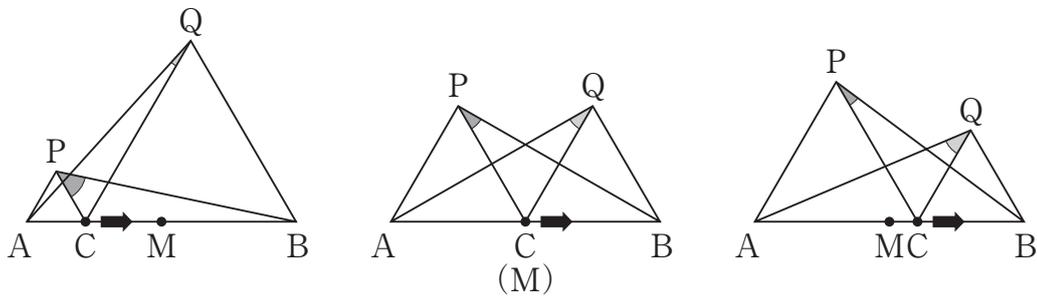
$$AQ = PB$$

(2) 健太さんは、線分ABの midpoint に点Cをとった場合に $\angle AQC$ と $\angle BPC$ が等しく見えたことから、他の場合にはどうなるか気になりました。



そこで、次の図3のように、線分ABの midpoint をMとして、点Aから点Bの方向へ点Cを動かした場合に $\angle AQC$ と $\angle BPC$ の大きさがどうなるかを調べ、下のようにまとめました。

図3



調べたこと

- 点Cが点Aから点Bに近づくにつれて、 $\angle AQC$ は大きくなり、 $\angle BPC$ は小さくなる。
- 点Cが線分ABの midpoint のとき、 $\angle AQC$ と $\angle BPC$ は等しく、どちらも 30° である。

健太さんは、前ページの調べたことから、 $\angle AQC$ と $\angle BPC$ の和について何かいえることがないか考えています。

このとき、 $\angle AQC$ と $\angle BPC$ の和について、次のことがいえます。

- ◎ 点Cが点Aと中点Mの間にあるとき、
 $\angle AQC$ と $\angle BPC$ の和は 。
- ◎ 点Cが中点Mと点Bの間にあるとき、
 $\angle AQC$ と $\angle BPC$ の和は 。

上の 、 のそれぞれに当てはまるものを、下のアからエまでの中から1つずつ選びなさい。

- ア 60° より大きい
- イ 60° より小さい
- ウ 60° になる
- エ 60° より大きいことも小さいこともある

これで、数学の調査問題は終わりです。
最後に質問があります。解答時間終了後、
先生の指示で回答してください。

【質問】

※解答時間終了後、先生の指示で回答してください。

それぞれの質問について、当てはまるものやあなたの考えに最も近いものを1つ選んで、解答用紙の の中のマーク欄（番号）を黒く塗りつぶしてください。

(1) 今回の数学の問題では、解答を言葉や数、式を使って説明する問題がありました。それらの問題について、どのように解答しましたか。

- 1 全ての書く問題で最後まで解答を書こうと努力した
- 2 書く問題で解答しなかったり、解答を書くことを途中であきらめたりしたものがあつた
- 3 書く問題は全く解答しなかった

(2) 解答時間は十分でしたか。(50分)

- 1 時間が余つた
- 2 ちょうどよかった
- 3 ややたりなかつた
- 4 全くたりなかつた